

Отзыв официального оппонента
о диссертационной работе
Киселева Евгения Александровича
«Интерполяция и построение биортогональных систем для неполных
неортогональных семейств функций»,
представленной на соискание ученой степени кандидата физико-
математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный,
комплексный и функциональный анализ

Актуальность темы. Хорошо известно, что одним из основных современных методов решения прикладных задач и построения их математических моделей является аппроксимация искомого решения, функции или сигнала с помощью линейной комбинации элементов некоторой системы базисных функций. При этом эффективность и качество такого представления существенно зависят как от свойств семей базисной системы функций (например, полнота, ортогональность, дизъюнктивность, безусловность, константы Рисса) так и от физического смысла самих базисных функций. Например, в задаче сжатия речевой информации оказывается важным покадровое разложение речи в ряд именно по гармоникам. В то время как для представления большинства импульсных сигналов, например кардиограмм, представляется естественным применение базисной системы, построенной из сдвигов одной или нескольких дельтаобразных функций. Ортогональные семейства функций являются более простыми в практическом применении, однако во многих ситуациях используемая в той или иной задаче модель приводит именно к неортогональной системе.

В данной диссертационной работе в качестве объекта исследования выбраны базисные системы целочисленных сдвигов функций Гаусса и Лоренца, а также их естественное обобщение – оконное преобразование Фурье. Эти семейства функций имеют важное значение в математике и физике, обладают простой и удобной структурой для практического применения, но являются неортогональными. В связи с этим возникают две ключевые задачи: поиск эффективных способов разложения в ряд по этим системам и оценка устойчивости таких разложений.

Вопрос о разложении может быть решен разными способами. В диссертации в качестве основных методов рассматриваются процедуры интерполяции и построение биортогональной системы, поскольку они являются наиболее простыми в реализации и позволяют сохранить структуру исходной системы. Одним из важных критериев вычислительной

устойчивости неортогональных систем являются константы Рисса, так как их отношение является, по сути, аналогом числа обусловленности матрицы Грама. Данные задачи привлекают заинтересованное внимание многих современных авторов, как в России, так и за рубежом, что определяет несомненную актуальность рассматриваемой работы.

Структура и содержание диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка цитированной литературы. Во введении описан круг решаемых проблем, обоснована актуальность, сформулирована цель исследования, перечислены основные известные результаты и достижения самого автора.

Первая глава является вводной и содержит необходимые определения, обозначения, теоретические сведения и результаты, необходимые автору в дальнейшем изложении. Здесь же достаточно ясно намечаются основные подходы для решения поставленных задач.

Вторая глава посвящена системам целочисленных сдвигов функций Гаусса и Лоренца и содержит основные теоретические результаты автора, получаемые аналитическим путем. Сдвиги функции Гаусса уже исследовались в ряде работ других авторов. Поэтому в диссертации основное внимание уделяется случаю функции Лоренца.

В рамках данной главы решена задача об интерполяции с помощью системы целочисленных сдвигов функции Лоренца. А именно, применяя формулу суммирования Пуассона и преобразование Фурье, автор находит явный вид коэффициентов узловой функции – Теорема 2.1.

Для той же системы, с учетом ее неполноты, построены три последовательности биортогональных функций – Теоремы 2.2, 2.3, 2.4. Эти три биортогональные системы могут стать основой для создания и оптимизации новых алгоритмов разложения в ряд по исследуемым наборам функций.

Проведена оценка вычислительной устойчивости данных систем. с помощью констант Рисса, для которых найдены явные аналитические выражения – Теорема 2.5. Показана динамика их изменения в зависимости от параметра ширины σ . Исследовано также предельное поведение системы целочисленных сдвигов функции Лоренца и порожденной ей узловой функции при увеличении параметра ширины σ , установлена взаимосвязь с функцией отсчетов $\text{sinc}(\pi x)$ – Теоремы 2.6, 2.7.

В третьей главе диссертации подробно изучаются вычислительные особенности разложения в ряд по целочисленным сдвигам функции Лоренца. Эта глава, на мой взгляд, не менее интересна, чем предыдущая. В ней обсуждаются важнейшие аспекты применения неортогональных базисных

последовательностей рассматриваемого типа. На основе ряда целенаправленных численных экспериментов автор выявляет как достоинства, так и недостатки применяемых вычислительных методик. Рассматривается наличие или отсутствие физического смысла у членов разложения, возможность локализации пиков в исходном сигнале. Обсуждается устойчивость разложения при наличии случайного шума. Также рассмотрены некоторые обобщения исследуемых во второй главе систем функций: функции Гаусса и Лоренца разной ширины, но с общим центром. Изучена система целочисленных сдвигов, порожденная сверткой функций Гаусса и Лоренца (контур Фойгта в теории атомных спектров).

Четвертая глава посвящена системам типа оконного преобразования Фурье. Рассматривается случай окна в виде функции Гаусса. Соответствующий набор функций в физике называют системой когерентных состояний. При определенных соотношениях между параметрами данная система функций может быть переполненной и образует фрейм, полной, либо неполной. Первые два случая детально описаны в литературе, поэтому автор в диссертации исследует именно неполные системы. Для них в некоторых частных случаях получена Теорема 4.2 об ограниченности отношения констант Рисса. Показано, что для полных систем когерентных состояний (Теорема 4.1) такой результат невозможен. Проведены соответствующие вычисления. На основании этих результатов автором обоснована возможность дальнейшего практического применения исследуемых им неполных систем.

В качестве достоинства диссертации хочу отметить постоянную готовность автора обсуждать уже имеющиеся или возможные приложения рассматриваемой техники к задачам физики. Так раздел 4.5 целиком посвящен применению исследуемых автором когерентных состояний в анализе хаотической динамики в квантовых системах низкой размерности.

Замечания по диссертационной работе в целом.

Во Введении нумерация теорем такая же, как в автореферате, что не соответствует нумерации в тексте самой диссертации. Это неестественно и неудобно.

Во Введении на стр. 13 в формулировке Теоремы 6 надо заменить слово «Гаусса» на слово «Лоренца».

1. В доказательстве теоремы 4.2 отсутствует фрагмент, который обосновывает переход от матрицы Грама к константам Рисса.

2. Стр. 30, строка 10 сверху. У функции φ пропущен индекс k .

3. Стр. 77, строка 14 сверху. В формуле пропущено деление на 2 в показателе первой экспоненты.

4. Имеются незначительные, очень редкие опечатки.

В целом диссертация написана и оформлена очень хорошо. Несмотря на не слишком большой объем, она и приложенная к ней обширная библиография демонстрируют, что ее автор - Киселев Е.А. является зрелым профессионалом в области функционального анализа и его приложений. Он способен справляться с большими теоретическими, аналитическими и вычислительными трудностями. Обладает широким кругозором и самостоятельным творческим мышлением.

Оценка новизны и достоверности результатов. Сделанные выше замечания не снижают общей положительной оценки работы. Все утверждения диссертации, кроме теоремы 4.2, снабжены полными и подробными доказательствами. Указанная теорема также остается справедливой, как показано в опубликованных работах автора, но в тексте диссертации она недостаточно обоснована. Необходимые сведения, используемые в диссертации, сопровождаются ссылками на соответствующие источники. Таким образом, утверждения диссертации являются полностью обоснованными и достоверными.

Все утверждения диссертации, выносимые на защиту, являются новыми. Диссертация содержит обширный список цитированной литературы, хорошо оформлена и удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям.

Основные результаты диссертации своевременно опубликованы в семи работах, причем пять статей опубликованы в журналах из перечня рецензируемых научных журналов и изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ. Результаты диссертации неоднократно докладывались на различных конференциях, в том числе, имеющих международный статус.

Автореферат диссертации полно и верно отражает ее содержание. Диссертация соответствует паспорту специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Заключение. Диссертационная работа Киселева Евгения Александровича «Интерполяция и построение биортогональных систем для неполных неортогональных семейств функций» является законченным исследованием. Она удовлетворяет всем требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства РФ, которые предъявляют к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук. Автор, Киселев Евгений Александрович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических

наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Официальный оппонент, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры высшей математики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»



Александр Андреевич Седаев

Адрес: 394006, г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, д. 84, кафедра высшей математики

Тел. +7(473) 271-53-62, e-mail: sed@vmail.ru

01._.02._.2017

